

S6-271

B.Sc. DEGREE EXAMINATION – MARCH/APRIL, 2020.

THIRD YEAR

SIXTH SEMESTER

Part-II : MATHEMATICS

(Regular & Supplementary)

Paper – VII – (E-A) : LAPLACE TRANSFORMS

(Common Paper for B.A.,/B.Sc)

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

SECTION – A

Answer any FIVE questions.

(5 × 5 = 25 marks)

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

1. Find the Laplace transform of the function $F(t)$, where $F(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \leq t \leq 5 \\ 1, & t > 1 \end{cases}$

$F(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \leq t \leq 5 \\ 1, & t > 1 \end{cases}$ యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

2. Find the Laplace transform of $\cos t \cos 2t \cos 3t$.

$\cos t \cos 2t \cos 3t$ యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

3. Find the Laplace Transform of $(t+3)^2 e^t$.

$(t+3)^2 e^t$ యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

4. If $F(t)$ is a function of class A and if $L(F+(t))=f(P)$, then prove $L(tF(t))=-f'(P)$

$F(t)$ ఒక A తరగతి ప్రమేయము మరియు $L(F+(t))=f(P)$ అయితే $L(tF(t))=-f'(P)$ అని చూపుము.

5. Find the Laplace transform of $e^{-3t} u(t-2)$.

$e^{-3t} u(t-2)$ యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తనను కనుగొనుము.

Turn Over

6. Find the value of $L\left(\int_0^t t e^{-t} \sin 2t dt\right)$.

$L\left(\int_0^t t e^{-t} \sin 2t dt\right)$ యొక్క విలువను కనుగొనుము.

7. Find $L^{-1}\left(\frac{3p-8}{4p^2+25}\right)$.

$L^{-1}\left(\frac{3p-8}{4p^2+25}\right)$ ను కనుగొనుము.

8. Find $L^{-1}\left(\frac{p}{p^2-a^2}\right)$ using partial fractions.

పాక్షిక భిన్నాలను పయోగించి $L^{-1}\left(\frac{p}{p^2-a^2}\right)$ ను కనుగొనుము.

9. Find $L^{-1}\left(\log\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\right)$.

$L^{-1}\left(\log\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\right)$ ను కనుగొనుము.

10. Show that $1 * 1 * 1 * \dots * 1 = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$, where $n = 1, 2, 3, \dots$

$n = 1, 2, 3, \dots$ అయితే $1 * 1 * 1 * \dots * 1 = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ అని చూపుము.

SECTION – B

Answer ALL questions.

(5 × 10 = 50 marks)

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయుము.

11. (a) If $F(t)$ is a function of class A, then prove that the Laplace transform of $F(t)$ exists for all $p > a$.

$F(t)$ ఒక A, తరగతి ప్రమేయము అయితే, ప్రతి $p > a$ కు $F(t)$ యొక్క లాప్లాస్ పరివర్తన వ్యవస్థితమగునని నిరూపించుము.

Or

(b) (i) Find $L\left((\sin t - \cos t)^3\right)$

$L\left((\sin t - \cos t)^3\right)$ ను కనుగొనుము.

(ii) Find $L\left(3t^4 - 2t^3 + 4e^{-3t} - 2\sin 5t + 3\cos 2t\right)$.

$L\left(3t^4 - 2t^3 + 4e^{-3t} - 2\sin 5t + 3\cos 2t\right)$ ను కనుగొనుము.

12. (a) (i) Find $L(F(t))$ where $F(t) = \begin{cases} e^{t-a}, & t > a \\ 0, & t < a \end{cases}$.

$$F(t) = \begin{cases} e^{t-a}, & t > a \\ 0, & t < a \end{cases} \text{ అయితే } L(F(t)) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

- (ii) Find $L(\sin \sqrt{t})$.

$$L(\sin \sqrt{t}) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

Or

- (b) (i) Find $L\left((1+te^{-t})^3\right)$.

$$L\left((1+te^{-t})^3\right) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

- (ii) State and prove change of scale property.

స్కేలు మార్పు సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి, నిరూపించుము.

13. (a) Find $L(J_0(t))$ and hence find $L(J_0(at))$.

$$L(J_0(t)) \text{ ను కనుగొని తద్వారా } L(J_0(at)) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

Or

- (b) Find $L(\operatorname{erf} \sqrt{t})$ and hence prove that $L(\operatorname{terf}(2\sqrt{t})) = \frac{3p+8}{p^2(p+4)^{3/2}}$.

$$L(\operatorname{erf} \sqrt{t}) \text{ ను కనుగొని తద్వారా } L(\operatorname{terf}(2\sqrt{t})) = \frac{3p+8}{p^2(p+4)^{3/2}} \text{ ను నిరూపించుము.}$$

14. (a) Find $L^{-1}\left(\frac{P}{P^4+4a^4}\right)$.

$$L^{-1}\left(\frac{P}{P^4+4a^4}\right) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

Or

- (b) Find $L^{-1}\left(\frac{3}{p^2-3} + \frac{3p+2}{p^3} - \frac{3p-27}{p^2+9} + \frac{6-30\sqrt{p}}{p^4}\right)$.

$$L^{-1}\left(\frac{3}{p^2-3} + \frac{3p+2}{p^3} - \frac{3p-27}{p^2+9} + \frac{6-30\sqrt{p}}{p^4}\right) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

15. (a) Use convolution theorem to find $L^{-1}\left(\frac{P^2}{(P^2+4)^2}\right)$.

$$\text{కన్వల్యూషన్ సిద్ధాంతమును పయోగించి } L^{-1}\left(\frac{P^2}{(P^2+4)^2}\right) \text{ ను కనుగొనుము.}$$

Or

- (b) State and prove Heaviside's expansion theorem.

హెవిసైడ్ విస్తరణ సిద్ధాంతమును నిర్వచించి, నిరూపించుము.